

**З.Я. ЛУРЬЕ**, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»;  
**И.М. ФЕДОРЕНКО**, науч. сотрудник, НТУ «ХПИ»

## **ПОВЫШЕНИЕ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ МЕХАТРОННОГО ГИДРОАГРЕГАТА ПУТЕМ УЧЕТА ДВУХФАЗНОСТИ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ**

В статті з позиції фізичних особливостей двофазної робочої рідини і літературного огляду визнаних публікацій запропоновані аналітичні залежності щільності і в'язкості її в функції газомісткості, температури та тиску. Збудовані графіки і дана оцінка відхилень щільності і в'язкості від їх значень при нормальних умовах

В статье из позиции физических особенностей двухфазной рабочей жидкости и литературного обзора признанных публикаций предложены аналитические зависимости плотности и вязкости ее в функции газосодержания, температуры и давления. Построены графики и дана оценка отклонений плотности и вязкости от их значений при нормальных условиях

In this article from the standpoint of physical characteristics of the two-phase working fluid and review of the literature-known publications proposed analytical dependence of the density and viscosity as a function of its gas content, temperature and pressure. Diagrams and an estimate of the density and viscosity deviations from their values under normal conditions

### **Введение**

Известно [1 – 4], что в рабочей жидкости (РЖ) объемных гидроагрегатов (ГА) технологических машин при их работе всегда имеется воздух в двух фазах (в растворенном виде – фаза Р и в нерастворенном виде – фаза Г). Понижение давления приводит к переходу фазы Р в фазу Г, а повышение давления – к обратному процессу. В порядке первого приближения эти процессы во времени можно принять экспоненциальными.

Наличие фазы Г увеличивает сжимаемость РЖ, уменьшает модуль упругости и плотность, повышает вязкость [5 – 7], замедляет обработку управляющих воздействий, способствует колебательности, увеличивает время разгона и выхода на установившийся режим рабочего органа машины, т.е. ухудшает показатели качества переходных процессов. Исследованию упругих свойств двухфазной РЖ и их влиянию на динамику гидросистем посвящен ряд работ [2, 3, 5 – 8]. В этих работах основное внимание уделено теоретическим и экспериментальным исследованиям по определению зависимостей модуля объемной упругости двухфазной РЖ. Здесь в первую очередь следует отметить выражения

$$E_c = k(p + 10^5)(Ap + B) \frac{(1 - m_0)D_1 + m_0D_2}{k(p + 10^5)(1 - m_0)D_1 + m_0(Ap + B)D_2}, \quad (1)$$

$$\text{где } D_1 = \sqrt[A]{\frac{Ap_0 + B}{Ap + B}}, \quad D_2 = \sqrt[k]{\frac{p_0 + 10^5}{p + 10^5}} \quad [5]$$

$$\text{или} \quad E_c = \frac{1 + \frac{m_0}{1 - m_0} D_2 \cdot \sqrt[A]{\frac{Ap + B}{Ap_0 + B}}}{1 + \frac{m_0}{1 - m_0} \frac{Ap + B}{k(p + 10^5)} D_2 \cdot \sqrt[A]{\frac{Ap + B}{Ap_0 + B}}} E_{од} \quad [7, 9]; \quad (2)$$

где  $A$ ,  $B$  – параметры РЖ, зависящие от типа масла и рабочей температуры гидросистемы;  $m_0$  – содержание нерастворенного воздуха в относительных единицах;  $k$  – показатель политропы;  $E_{од}$  – модуль упругости однофазной РЖ;  $P_0$  – начальное давление двухфазной РЖ;  $p$  – давление в гидросистеме.

Остальные аналитические зависимости, по мнению авторов работ [3, 6, 8, 10] являются приближенными, степень точности которых в технической литературе не оценена. Наряду с этим не уделено должное внимание вопросу переменности плотности и вязкости двухфазной РЖ в функции газосодержания, температуры и давления. Одновременный учет влияния среды  $\Gamma$  на модуль  $E_c$  и на переменность плотности  $\rho_c$ , вязкости  $\mu_c$ ,  $\nu_c$  и, следовательно, на рабочий процесс ГА в настоящее время отсутствует в технической литературе. При исследовании динамики различных ГА чаще всего модуль  $E_c$ , плотность  $\rho_c$ , вязкость  $\mu_c$  и  $\nu_c$  принимают постоянными, равными средним значениям.

Современная тенденция в направлении разработки мехатронных ГА (МГА) [11], в составе которых предусматривается информационная подсистема, позволит учесть особенности характеристик двухфазной РЖ для улучшения их функционирования. Кроме того, введение в модель уточненных зависимостей РЖ повысит ее адекватность натурному образцу и откроет возможность на стадии проектирования ставить и решать оптимизационные задачи по улучшению рабочего процесса.

Настоящая статья посвящена определению аналитических зависимостей плотности и вязкости двухфазной РЖ в функции газосодержания, температуры и давления.

## 1 Анализ литературных источников

В работе [12] с позиции акустических свойств рассматривается жидкость с газовыми пузырьками, т.е. с фазой  $\Gamma$ . Присутствие пузырьков сильно изменяет условия распространения звуковых волн, в частности, уменьшает скорость звука. Автор отмечает, что длина звуковой волны велика по

сравнению с радиусами пузырьков и средним расстоянием между ними и поэтому справедливо так называемое гомогенное приближение: жидкость с пузырьками газа можно рассматривать в среднем как однофазную среду с некоторым эффективным значением плотности. Так средняя плотность среды равна

$$\rho_c = \rho_{ж}(1-z) + \rho_{г}z, \quad (3)$$

где  $\rho_{ж}$ ,  $\rho_{г}$  – плотности жидкости и газа соответственно;  $z$  – доля объема среды, занятой пузырьками (при принятом в настоящей статье обозначении  $z = m_0$ ).

Плотность РЖ зависит от температуры. С ростом температуры плотность уменьшается. Указанная зависимость характеризуется температурным коэффициентом  $\alpha$  объемного расширения РЖ и плотность в работе [3] предлагается определять по уравнению

$$\rho_{ж} = \frac{\rho_0}{1 + \alpha(T - T_0)}, \quad (4)$$

где  $\rho_0$  – плотность при температуре  $T_0$  и давлении  $p_0$  (т.е. при начальных условиях).

В работе [6] на примере расхода сжимаемой РЖ в нагнетательной полости цилиндра при допущении, что трение и нерастворенный воздух отсутствует и волновые процессы не возникают, рассматривается выражение

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt},$$

где  $m$  – массовый расход,  $V$  – объем РЖ.

Учитывается условие неразрывности потока

$$\frac{dV}{V} = - \frac{d\rho}{\rho}$$

и линеаризованный закон деформации РЖ

$$\frac{dV}{V} = - \frac{d\rho}{E_{ж}}.$$

При этом получено

$$d\rho = \frac{\rho_0}{E_{ж}} d\rho.$$

При интегрировании предыдущего выражения

$$\rho - \rho_0 = \frac{\rho_0}{E_{ж}} (p - p_0)$$

или

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{(p - p_0)}{E_{ж}} \right). \quad (5)$$

Подобное уравнение для движения сжимаемой РЖ массой  $m$  в гидросистеме имеется в работе [3].

Остановимся на вопросе, связанным с плотностью газовой составляющей двухфазной РЖ в части влияния температуры и давления. Формула Клайперона

$$pV = \frac{m}{m_{\mu}} RT_K \quad [13] \quad (6)$$

является уравнением состояния газа (воздуха) и справедлива для идеального газа. Для реальных газов выражение (6) – приближенно. Здесь  $R$  – газовая постоянная;  $m_{\mu}$  – масса моля;  $T_K$  – температура по шкале Кельвина, равная  $273^0 + T$ .

Из формулы (6) непосредственно определяется плотность газа

$$\rho_{г} = \frac{m}{V} = \frac{pm_{\mu}}{RT_K}, \quad (7)$$

возрастающая с увеличением давления  $p$  и уменьшающаяся по гиперболической зависимости с ростом температуры  $T_K$ .

Анализ известных нам литературных источников позволил установить, что в настоящее время отсутствуют аналитические зависимости для определения плотности и вязкости двухфазной РЖ в функции значений газосодержания, температуры и давления, которые совместно с уравнением модуля объемной упругости позволят повысить точность определения рабочего процесса объемных ГА.

## 2 Постановка задачи

В процессе эксплуатации объемных ГА ряда технологического оборудования, в том числе системы жидкой смазки узлов трения металлургического оборудования, периодически изменяются режимы работы, приводящие к нежелательному повышению и пульсациям давления и температуры РЖ, которые при нерегулируемых насосах снижаются в допустимом интервале с помощью установки переливного клапана. При этом, в большинстве случаев, параметры РЖ – модуль упругости, плотность и вязкость принимаются без учета газосодержания, температуры и давления постоянными, равными средним значениям. Если уравнений модуля упругости  $E_c$  двухфазной РЖ для практических расчетов имеется несколько, то для определения плотности и вязкости их практически нет.

Поиск аналитических зависимостей плотности и вязкости двухфазной РЖ, построение графиков, позволяющих оценить отклонение значений плотности и вязкости от их значений при нормальных условиях и составляют постановку задачи.

### 3 Решение

Уравнение (3) четко разграничивает определение значений плотности жидкости и газа только в функции газосодержания. Влияние температуры на плотность жидкости с учетом газосодержания в двухфазной РЖ можно учесть на основании формулы (4) выражением

$$\rho_{ж_0}(1-m_0)\left[\frac{1}{1+\alpha(T-T_0)}\right].$$

Аналогично можно учесть влияние давления на основе выражения (5)

$$\rho_{ж_0}(1-m_0)\left[\frac{1}{1+\alpha(T-T_0)}\right]\left(1+\frac{p-p_0}{E_C}\right), \quad (8)$$

где вместо модуля упругости однофазной РЖ введем модуль  $E_C$  двухфазной.

Выражение (8) полностью учитывает изменение плотности жидкой составляющей двухфазной РЖ относительно начального значения  $\rho_{ж_0}$ .

Перейдем к газовой составляющей. На основе формулы (7) с учетом объема газа в смеси, изменения давления от  $p_0$  до  $p$  и температуры от  $T_{K0}$  до  $T_K$  плотность газовой составляющей определяется выражением

$$\rho_{Г_0}m_0\frac{T_{K0}}{T_K}\frac{p}{p_0}, \quad (9)$$

где  $\rho_{Г_0}$  – начальное значение.

Следовательно, в целом

$$\rho_C = \rho_{ж_0}(1-m_0)\left[\frac{1}{1+\alpha(T-T_0)}\right]\left(1+\frac{p-p_0}{E_C}\right) + \rho_{Г_0}m_0\frac{T_{K0}}{T_K}\frac{p}{p_0}. \quad (10)$$

С учетом работ [4, 6, 7] коэффициенты динамической  $\mu_C$  и кинематической  $\nu_C$  вязкости для двухфазной РЖ определяются уравнениями

$$\mu_C = \mu_0(1+1,5m_0)\left(1+a_1\frac{p-p_0}{p_0}\right)e^{-\lambda(T-T_0)}, \quad (11)$$

$$\nu_C = \mu_C / \rho_C, \quad (12)$$

где  $\mu_0$  – начальное значение;  $a_1$  и  $\lambda$  – коэффициенты, равные соответственно 0,003 и 0,028 1/град.

На рис. 1 показаны четыре зависимости плотности  $\rho_C$  (на рис. 1 обозначена  $\rho_{OC}$ ) в функции  $m_0$  от 0 до 0,15, рассчитанные по уравнению (10) при постоянном давлении  $p = 0,5 \text{ МПа}$  (значение в системах смазки металлургического оборудования),  $\alpha = 7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/град}$  и дискретных значениях 20, 30, 40 и  $50^\circ \text{C}$  температуры  $T$  для двухфазной РЖ. Каждая зависимость близка к прямой и характеризуется уменьшением  $\rho_C$  с ростом газовой составляющей  $m_0$  при конкретном значении  $T$ . Все зависимости эквидистантно смещены вниз с ростом  $T$ . При  $p = p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $m_0 = 0$ ,  $T = 20^\circ$  и  $E_C = 1500 \text{ МПа}$  плотность  $\rho = \rho_{ж0} = 890 \text{ кг/м}^3$ . При  $p = 0,5 \text{ МПа}$ ,  $m_0 = 0,15$   $E_C = 1,2 \text{ МПа}$ ,  $T = 50^\circ \text{C}$  плотность равна  $769 \text{ кг/м}^3$ , т.е. снижается от  $\rho_{ж0} = 890$  до  $769 \text{ кг/м}^3$ , т.е. на 13,6%, а при  $p = 10 \text{ МПа}$  – на 15,5%. При  $m_0 = 0,05$  и  $p = 0,5 \text{ МПа}$  это снижение составит 6,3%.

Кривые коэффициента динамической вязкости  $\mu_N$  (на рис. 2 обозначен  $M_j$ ) в функции  $T$ , рассчитанные по формуле (11) при постоянном давлении  $p = 0,5 \text{ МПа}$ , изображены на рис. 2. С ростом температуры коэффициент  $\mu_C$  уменьшается и, как следует из выражения (11), по закону  $e^{-\lambda(T-T_0)}$ . Особо отметим, что с ростом значения  $m_0$  от 0 до 0,15 при фиксированном  $T$ , коэффициент  $\mu_C$  растет. При  $p = p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $T = T_0 = 20^\circ \text{C}$  и  $m_0 = 0$  коэффициент  $\mu_C = \mu_0 = 0,027 \text{ Па} \cdot \text{с}$ . При  $p = 0,5 \text{ МПа}$ ,  $T = 50^\circ \text{C}$  и  $m_0 = 0,15$  он равен  $0,0144 \text{ Па} \cdot \text{с}$ , т.е. уменьшается в 1,88 раза, а при  $T = 60^\circ \text{C}$  – в 2,48 раза. Такое сильное влияние температуры на  $\mu_C$  требует принятия особых мер в гидроагрегатах систем жидкой смазки. Из рис. 2 видно, что если поддерживать перепад температур, например, в интервале  $(45 - 50^\circ \text{C})$ , то диапазон изменения коэффициента  $\mu_C$  будет удовлетворять режимам эксплуатации систем жидкой смазки металлургического оборудования. Последнее может быть реализовано с помощью функциональных возможностей мехатронного гидроагрегата [11].

При расчете пользуются кинематическим коэффициентом вязкости  $\nu_C$ , четыре кривых которого, рассчитанные по формуле (12) при постоянном

давлении  $p = 0,5 \text{ МПа}$  в функции температуры  $T$  и дискретных значениях  $m_0$  для двухфазной РЖ, показаны на рис. 3. На рис. 3 коэффициент  $\nu_C$  обозначен  $N_{ju}$  в сСт. С ростом  $T$  коэффициент  $\nu_N$  уменьшается.

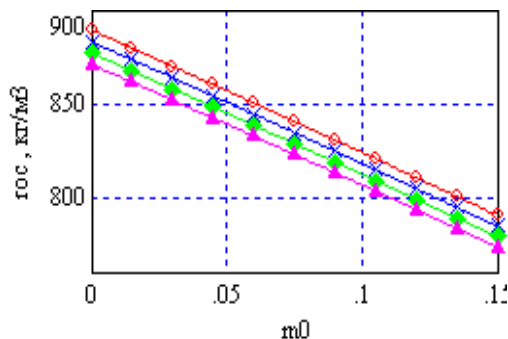


Рисунок 1 – Графики плотности РЖ:  $\diamond$  – при  $T = 20^\circ$ ;  $\times$  – при  $T = 30^\circ$ ;  $\blacklozenge$  – при  $T = 40^\circ$ ;  $\blacktriangle$  – при  $T = 50^\circ$

С ростом значения параметра  $m_0$  растет и  $\nu_C$ . При  $p = p_0 = 0,1 \text{ МПа}$ ,  $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$  и  $m_0 = 0$  коэффициент  $\nu_C = 30,7 \text{ сСт}$ . При  $p = 0,5 \text{ МПа}$ ,  $T = 50^\circ\text{C}$  и  $m_0 = 0,15$  он равен 18,8 сСт, т.е. уменьшается в 1,63 раза, а при  $T = 60^\circ\text{C}$  – в 2,15 раза. Уменьшение этого коэффициента меньше, чем коэффициента  $\mu_C$ .

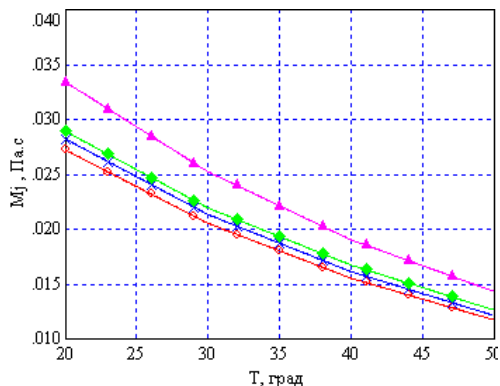


Рисунок 2 – Кривые динамической вязкости РЖ:  $\diamond$  – при  $m_0 = 0$ ;  $\times$  – при  $m_0 = 0,025$ ;  $\blacklozenge$  – при  $m_0 = 0,05$ ;  $\blacktriangle$  – при  $m_0 = 0,15$

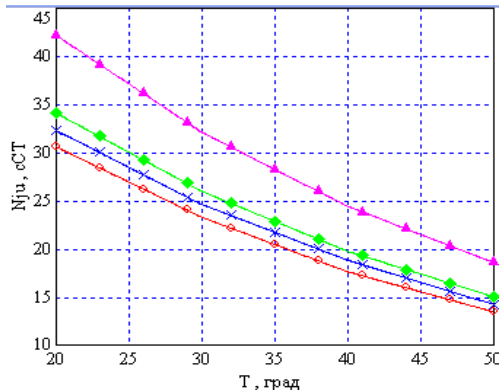


Рисунок 3 – Кривые кинематической вязкости РЖ: ◇ – при  $m_0 = 0$ ; x – при  $m_0 = 0,025$ ; ◆ – при  $m_0 = 0,05$ ; ▲ – при  $m_0 = 0,15$

Последнее объясняется тем, что при вычислении  $\nu_c$  плотность  $\rho_c$ , входящая в знаменатель формулы (12), уменьшается, а следовательно, дробь растет.

### Выводы

Предлагаемые уравнения (10) – (12) плотности и вязкости двухфазной рабочей жидкости, составляющие которых проверены на практике, и известное уравнение (1) модуля объемной упругости позволяют повысить адекватность динамической модели, а, следовательно, рабочего процесса мехатронного гидроагрегата системы смазки натурному объекту.

**Список литературы:** 1. Чупраков Ю.И. Гидропривод и средства гидроавтоматики. – М.: Машиностроение, 1974. – 232 с. 2. Кондаков Г.А., Никитин В.Н. и др. Машиностроительный гидропривод – М.: Машиностроение, 1978. – 495 с. 3. Баишта Т.М. Гидропривод и гидропневмоавтоматика.– М.: Машиностроение, 1972. – 320 с. 4. Абрамов Е.И., Колесниченко К.А. и др. Элементы гидропривода. – К.: Техника, 1977. – 224 с. 5. Прокофьев В.Н., Лузанова И.А. и др. Экспериментальное исследование упругих свойств двухфазных рабочих жидкостей гидроприводов объемного типа // Изв. ВУЗов. Машиностроение, 1968. – ч. 2. – С. 87 – 93. 6. Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 376 с. 7. Хохлов В.А., Прокофьев В.Н. и др. Электрогидравлические следящие системы. – М.: Машиностроение, 1971. – 431 с. 8. Гийон М. Исследование и расчет гидравлических систем. Пер. с франц. – М.: Машиностроение, 1964. – 388 с. 9. Лузанова И.А., Нейман В.Г. и др. Влияние переменности упругих свойств гидропривода на динамику гидродвигателя // Автоматика и телемеханика, 1969. – № 3. – С. 120 – 135. 10. Данилов Ю.А., Кириловых К.А., Островский Л.А. Аппаратура объемных гидроприводов. Рабочие процессы и характеристики. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с. 11. Патент на корисну модель № 46325 (Україна) МПК (2009)F15B9/00. Мехатронний гідроагрегат з гібридним керуванням виконавчим механізмом / Федоренко І.М., Жур'є З.Я. и др. Оpubл. 10.12.2009, Бюл. № 23. 12. Наугольных К.А., Островский Л.А. Нелинейные волновые процессы в акустике / Под ред. Гапонова-Грехова. – М.: Наука, 1990. – 287 с. 13. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. – М.-Л.: Госиздат техн-теор лит, 1949. – 566 с.

Надійшла до редколегії 06.08.2010